UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS
SECCIÓN DE ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
CLAVE 1120
TIPO A

29 de noviembre del 2016 **Semestre 2017-1**

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos.
La duración máxima del examen es de **2 horas**.
No se permite el uso de dispositivos electrónicos.

1. Determinar el valor de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la ecuación

$$x\sqrt{2}\cos 315° + x\sqrt{2}\,sen 135° + 2\csc 330° = \frac{4\,sen 180° \cos 30° + 4\cos 180°\,sen 30°}{sen 90°}$$

15 puntos

---

2. Determinar si la siguiente proposición es válida utilizando el método de inducción matemática

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}\ ; \quad A=\left\{n \middle| n\in\mathbb{N},\ n\ hace\ válida\ la\ igualdad\right\}$$

20 puntos

---

3. Sean $z_1 = 20e^{\pi i}$, $z_2 = 5cis45°$, $z_3 = 8+8\sqrt{3}i$ y $z_4 = 4cis135°$.
Obtener los valores de $z \in \mathbb{C}$, en forma polar, que satisfacen la ecuación

$$z^4 z_1 = z_2 z_3 z_4$$

15 puntos

4. Sea el polinomio $p(x) = -2x^3 + Ax^2 + Bx - 12$.

a) Obtener A y $B \in \mathbb{R}$, si $(x-1)$ es un factor de $p(x)$ y -2 es una raíz de $p(x)$.

b) Con los valores de A y B obtenidos, determinar las raíces de $p(x)$.

15 puntos

---

5. Se va a determinar la edad de tres niños, Antonio, Brenda y Cinthia. Considerando que la suma de las edades de Antonio y Brenda es igual a la edad de Cinthia más tres años, que la suma de las edades de Antonio y Cinthia es 17 años, y que la suma del doble de la edad de Brenda más la edad de Cinthia es igual a 22 años, ¿qué edad tiene cada niño?

15 puntos

---

6. Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$B^T AB + \frac{tr(C)}{\det\left(\mathrm{A}^{-1}\right)} X^T = C$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2i & i \end{bmatrix} \quad y \quad C = \begin{bmatrix} 1+i & i \\ i & -i \end{bmatrix}$$

20 puntos